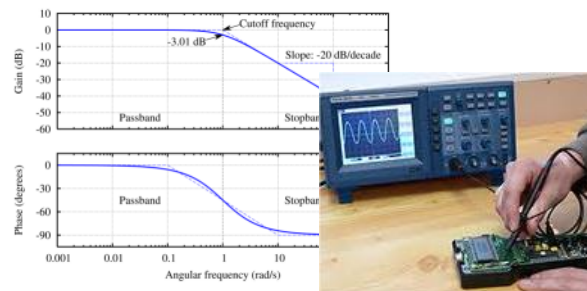




Electrónica Analógica

Capítulo 4: Respuesta en frecuencia





Índice



1. Introducción.
 1. *Análisis en frecuencia: componentes espectrales.*
2. Función de transferencia en el dominio de la frecuencia.
 1. *Polos y ceros.*
3. Diagramas de Bode.
 1. *Representación de funciones*
 2. *Bandas de trabajo*
 3. *Análisis por bandas*
 4. *Frecuencias de corte. Polos dominantes.*
 5. *Relaciones entre respuestas en frecuencia y temporales*
4. Estructuras de orden 1 en amplificación
 1. *Efecto de los elementos de acoplo.*
 2. *Efecto de las cargas complejas*



1. Introducción



- ❑ Respuesta en frecuencia de los amplificadores.
 - Caracteriza la evolución de la ganancia en función de la frecuencia
 - Valores de **G**, en módulo y fase, para cada (ω)
- ❑ Necesidad de su estudio:
 - Las señales de entrada al amplificador son de naturaleza compleja
 - Separables en **múltiples componentes individuales** en frecuencia
 - El **amplificador modifica** (ajusta, adapta, etc.) las características en frecuencia (o tiempo) de la **información presente en la señal**, gracias a su propia **respuesta en frecuencia**.



1.1. Formalizar el problema: herramientas

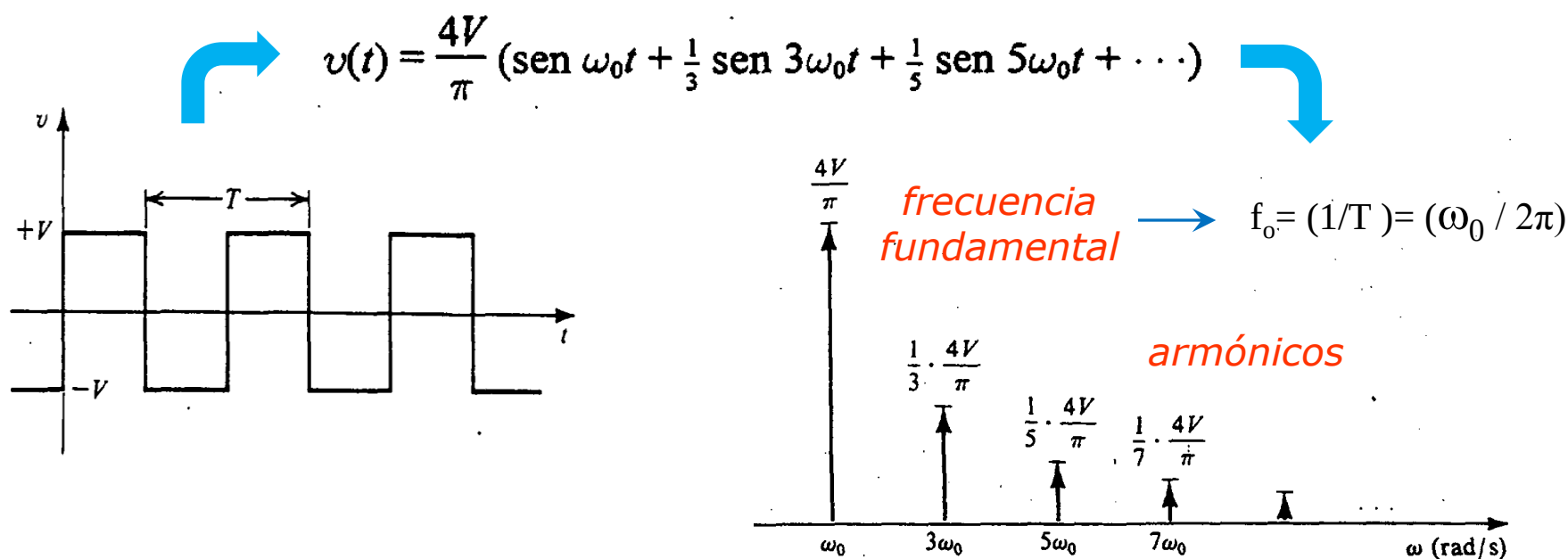
- ❑ Necesidades desde el punto de vista de la Ingeniería
 - Poder **analizar** el comportamiento de los circuitos en el **dominio de la frecuencia**.
 - En función de tal análisis, **conocer las dependencias y relaciones** entre dispositivos, circuitos y sus prestaciones (ganancias, etc.)
 - Tener **capacidad para ajustar y adaptar** las características del amplificador a la aplicación deseada.
- ❑ Herramientas necesarias
 - Conocimiento de las características de los dispositivos
 - Específicamente *en función de la frecuencia* (ω)
 - Conocimiento de técnicas de análisis específicas
 - *Fourier, Laplace, etc. según proceda.*
 - *Técnicas gráficas: Bode, para identificar las dependencias importantes.*
 - Conocimiento de configuraciones típicas para funciones típicas
 - *Por ejemplo: filtros de señal.*



1.2. ¿Por qué analizar en (ω)?

- ❑ El trabajo en el dominio de **Fourier** no solo es aplicable a **r.p.s.**
 - El análisis de Fourier nos **aproxima** al complejo problema real.
 - **Cualquier señal periódica** puede modelarse como una suma de componentes senoidales → **Transformada (o series) de Fourier**

Señal periódica → **Serie de Fourier** → Σ señales senoidales





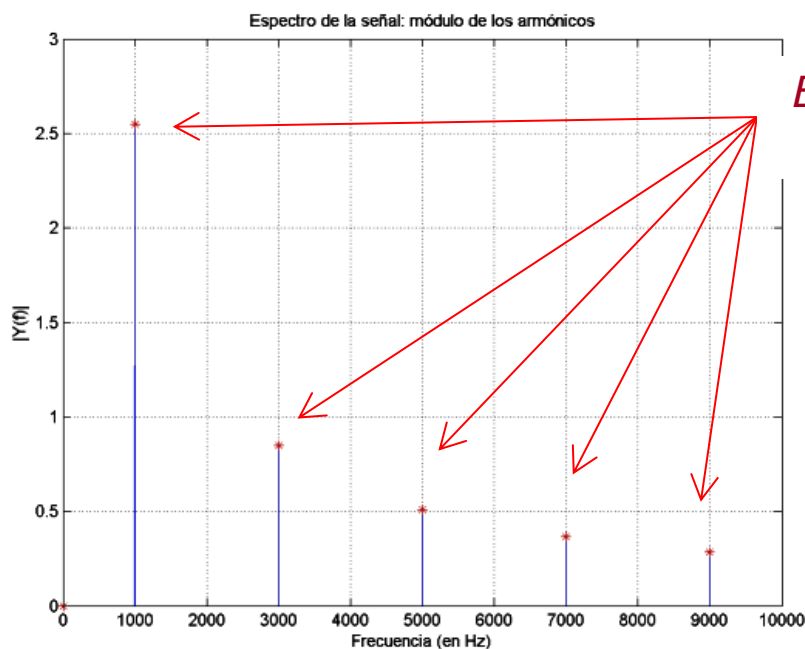
1.3. Señales, componentes y espectros

- ❑ Si la señal es periódica, puede caracterizarse por:
 - Sus **componentes frecuenciales** → desarrollo en serie de Fourier
 - Cada **componente** se define por su **módulo** y su **fase**
 - El conjunto de dichas componentes se llama **espectro** de la señal
 - En general, pueden ser necesarias **infinitas** componentes...

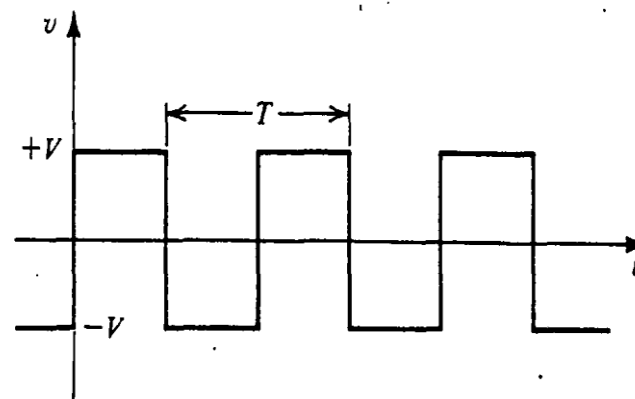
❑ Ejemplo: **señal cuadrada**



$$v(t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2k+1} \sin((2k+1) \cdot \omega_0 \cdot t) \right)$$



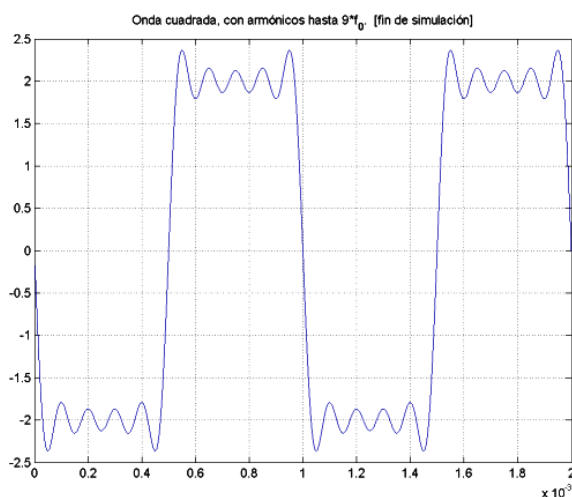
Espectro con: freq. fundamental, $f_0=1000\text{Hz}$ y los 4 primeros armónicos (hasta $9 \cdot f_0$)



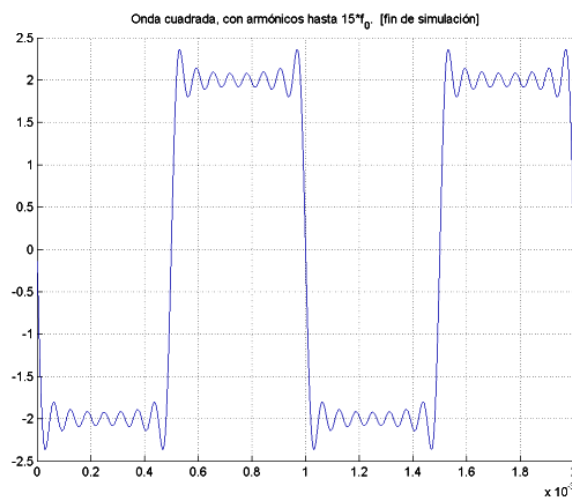


1.3. Señales, componentes y espectros

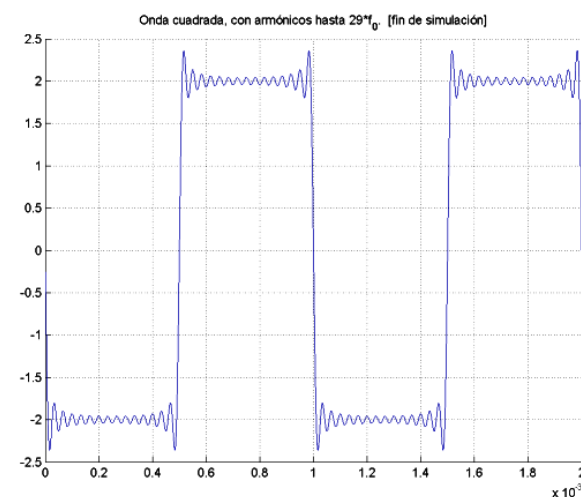
- ❑ Alteraciones en el espectro de las señales.
 - Si los **módulos** y/o **fases** de las **componentes** de una señal se modifican, la señal resultante es *distinta* de la original.
 - La **respuesta en frecuencia** de un amplificador puede, en consecuencia, **modificar** *la forma y propiedades* de una señal
- ❑ Ejemplo 1: **señal "cuadrada" de 1kHz** con solo "n" armónicos



4 armónicos
(hasta 9kHz)



7 armónicos
(hasta 15kHz)



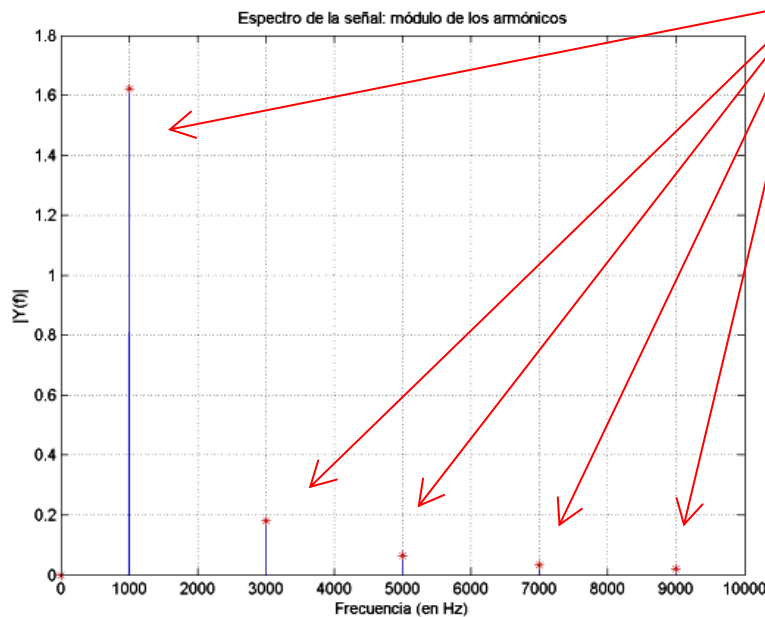
14 armónicos
(hasta 29kHz)



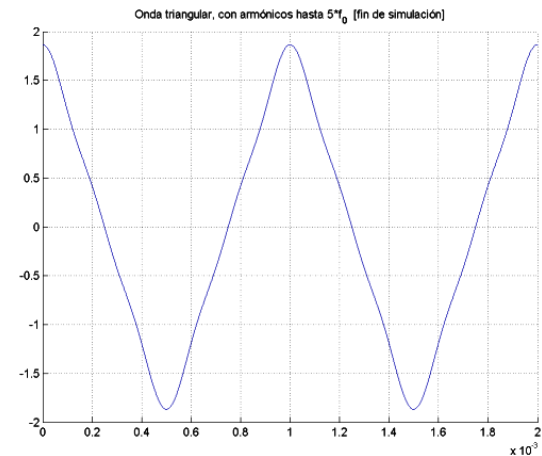
1.3. Señales, componentes y espectros

□ Ejemplo 2: *señal triangular*

- Se adjunta el espectro, solo en **módulo**, de una señal triangular.
- La **fase**, aunque no se muestra, es igualmente importante.
- Son necesarios menos armónicos que en la señal cuadrada para obtener, en (t) , una señal triangular muy próxima a la ideal.



*Espectro con: freq. fundamental, $f_0=1000\text{Hz}$
y los 4 primeros armónicos (hasta $9 \cdot f_0$)
Nótese la menor amplitud de los armónicos.*



*Señal en (t) , con **2 armónicos** (hasta 5kHz)*



1.4. Respuesta en frecuencia

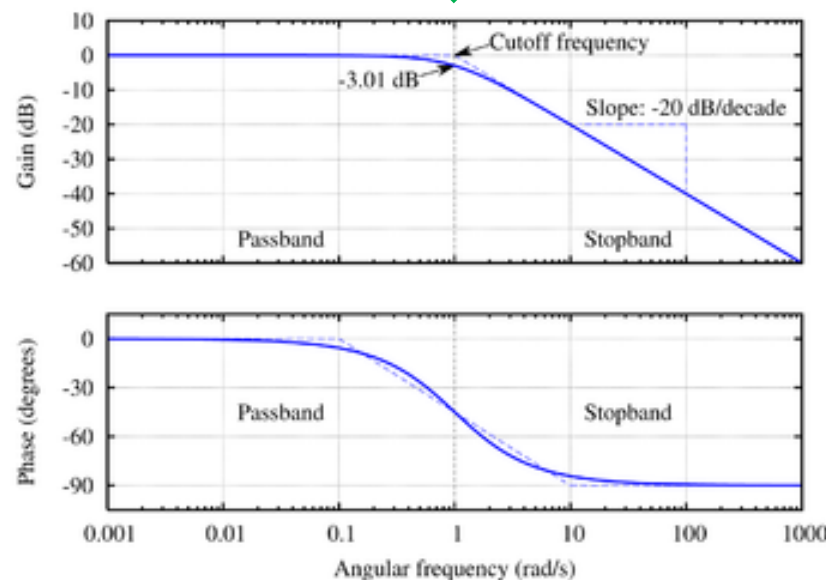
- ❑ Por ello, para modelar el comportamiento de amplificadores sobre las señales lo haremos en el **dominio de la frecuencia**
 - Análisis y síntesis en r.p.s. (*régimen permanente senoidal*)
 - Generalizamos los circuitos usando los conceptos de impedancia
 - Todos los parámetros son ahora $f(\omega)$.
 - Por lo tanto son números complejos

$$A_V(\omega) = |A_V(\omega)| \angle \varphi(\omega)$$



- **Respuesta en frecuencia**

- Expresiones matemáticas y/o gráficas de:
 - Módulo
 - Fase
 - Puntos notables
 - Límites
 - Etc..





2. Función de transferencia.

- ❑ El análisis en Fourier está limitado a r.p.s.
- ❑ Una aproximación más general es el análisis en Laplace
 - Transforma las derivadas de las ec. diferenciales en multiplicaciones
 - Puede aplicarse a cualquier forma de onda con origen en $t=0$
 - *Enfoque mucho más realista que Fourier*
 - *Pero matemáticamente bastante menos intuitivo.*
- ❑ El análisis en Laplace usa una variable compleja:
 - La variable es: **s** con parte real e imaginaria $\rightarrow s = \sigma + j\omega$
 - **Tensiones, corrientes e impedancias** pueden ponerse como **$F(s)$**
- ❑ Simplificación muy importante:
 - Pasar entre Laplace y Fourier equivale a un cambio de variable

$$\text{Laplace}(s) \Leftrightarrow \boxed{s = j\omega} \Leftrightarrow \text{Fourier}(\omega)$$



2.1. F. de t. en Laplace: *polos y ceros*

- ❑ Al operar en el dominio de Laplace
 - Las características del amplificador (ganancias e impedancias) serán relaciones *polinómicas* en la variable compleja (s).
 - Para obtener la **respuesta en frecuencia** bastará con hacer el cambio de variable $s=j\omega$, cuando sea necesario.

Función de
transferencia
generalizada

$$A(s) = \frac{K_0 s^q (s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_M)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_N)}$$

z_m : ceros
 p_n : polos

$K \in \mathbb{R}$



$$s = j\omega$$



Respuesta en
frecuencia

$$A(j\omega) = \frac{K_0 (j\omega)^q (j\omega + z_1)(j\omega + z_2) \dots (j\omega + z_M)}{(j\omega + p_1)(j\omega + p_2) \dots (j\omega + p_M)}$$



2.1. F. de t. en Laplace: *polos y ceros*

- ❑ Polos y ceros pueden ser también complejos
 - En una primera aproximación los tomaremos sólo como Reales
- ❑ Formas alternativas de polos, ceros y f. de t.
 - Binomios como $(s+a)$ o como $(1+s/a)$: ¿a qué afecta?

$$A(s) = K_0 \frac{s^q (s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_M)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_N)}$$

$$A(s) = \boxed{\frac{K_0 z_1 z_2 \dots z_M}{p_1 p_2 \dots p_N}} \cdot \frac{s^q \left(1 + \frac{s}{z_1}\right) \left(1 + \frac{s}{z_2}\right) \dots \left(1 + \frac{s}{z_M}\right)}{\left(1 + \frac{s}{p_1}\right) \left(1 + \frac{s}{p_2}\right) \dots \left(1 + \frac{s}{p_N}\right)}$$

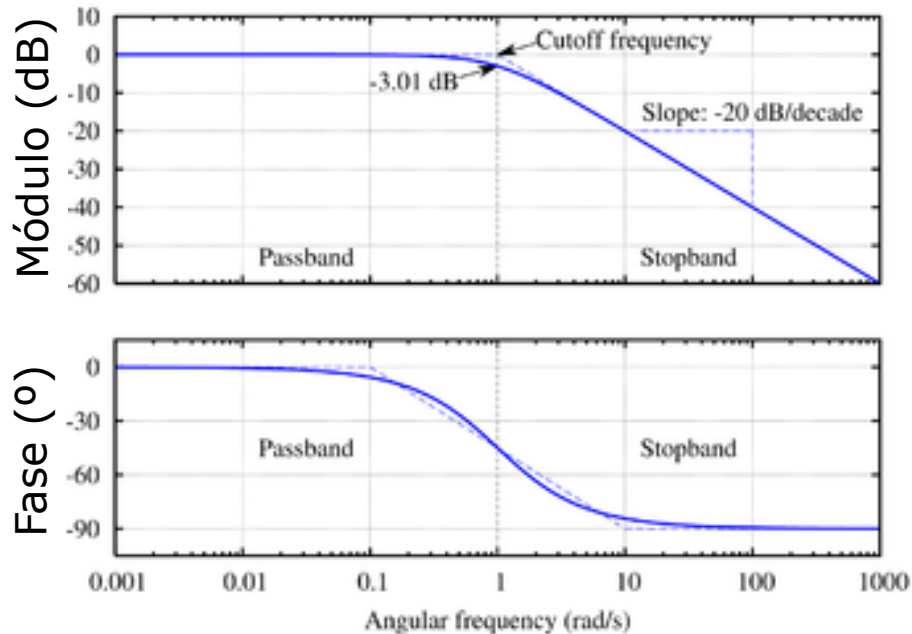
K_p

Equivalentes: misma $A(s)$ con distinto **valor** de la constante

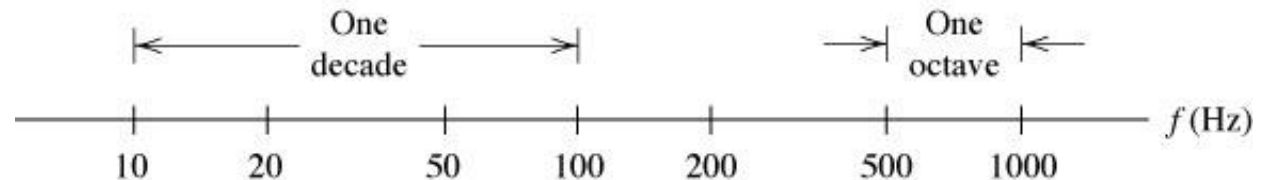


3. Diagramas de Bode

- Facilitan representar la respuesta en frecuencia $A(\omega)$.
 - Dos gráficas: **módulo** y **fase**, en función de ω (rad/s), o en f (Hz).



- Eje de módulos: **lineal** en dB
 - Más "fisiológico":
 - La potencia no se *percibe* con una variación lineal
- Eje de fases: **lineal** en grados
- Eje de frecuencias **logarítmico**
 - Visualiza mejor los efectos de polos y ceros
 - También más "fisiológico":
 - Octavas**, frecs. dobles.
 - Décadas**, frecs. x10.





3.1. Representación asintótica: módulo.

- ❑ La f. de t. exacta puede obtenerse por cálculo automático
 - Pero la representación del módulo en dB es muy ventajosa.
 - Permite hacer una **estimación**, mediante aproximaciones lineales:

$$|A_X(\omega)| = K_p \frac{(j\omega)^q \left(1 + \frac{j\omega}{z_1}\right) \left(1 + \frac{j\omega}{z_2}\right) \dots \left(1 + \frac{j\omega}{z_M}\right)}{\left(1 + \frac{j\omega}{p_1}\right) \left(1 + \frac{j\omega}{p_2}\right) \dots \left(1 + \frac{j\omega}{p_N}\right)}$$

En dB se tiene(*)



$$|A_X(\omega)|_{dB} = 20 \cdot \log |A(j\omega)|$$



*(recuerde que sería $10 \cdot \log$ para A_p)

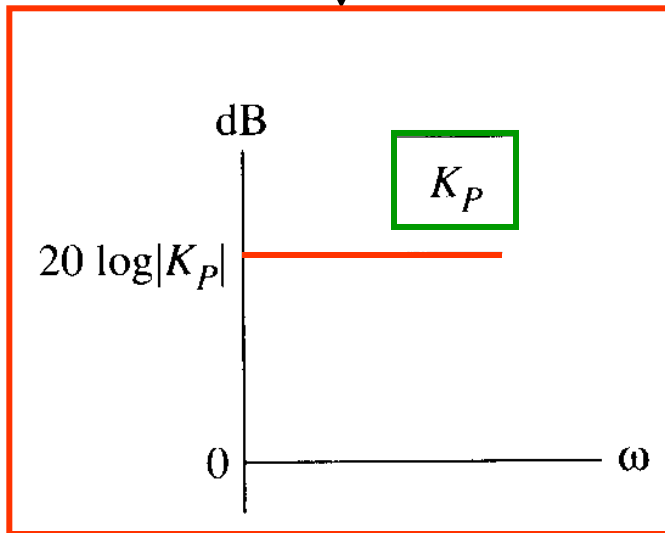
$$|A_X(\omega)|_{dB} = 20 \log K_p + 20q \log |j\omega| + \sum_{m=1}^M 20 \log \left| 1 + j \frac{\omega}{z_m} \right| - \sum_{n=1}^N 20 \log \left| 1 + j \frac{\omega}{p_n} \right|$$



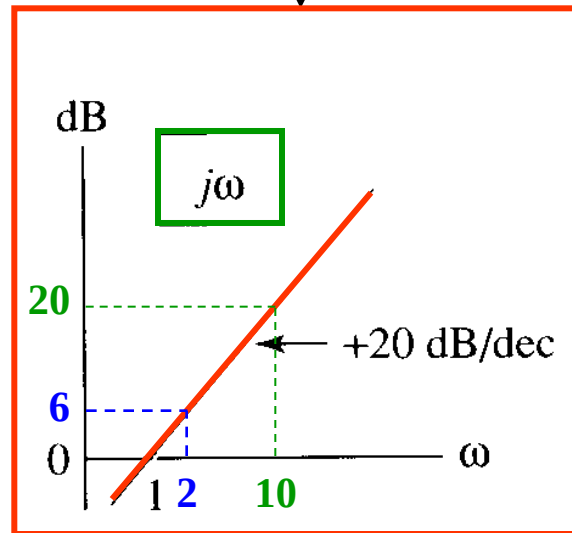
3.1. Representación asintótica: módulo.

- Observamos la contribución de cada sumando al global:

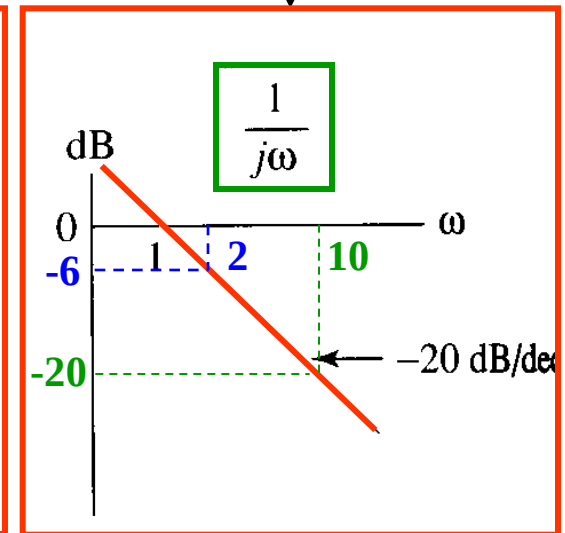
$$|A_X(\omega)| = 20 \log K_p + 20q \log |j\omega| + \sum_{m=1}^M 20 \log \left| 1 + j \frac{\omega}{z_m} \right| - \sum_{n=1}^N 20 \log \left| 1 + j \frac{\omega}{p_n} \right|$$



Constante



Un cero...



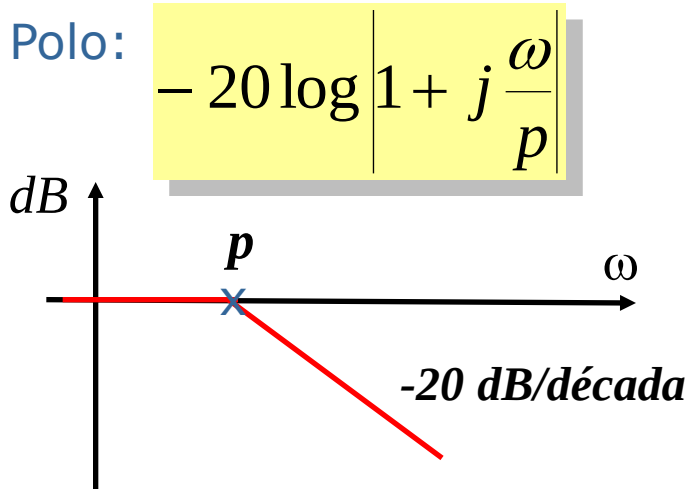
...o un Polo en el **origen**

Pendientes: **20 dB/dec (≈ 6 dB/oct)**



3.1. Módulo: polos y ceros en 'a'.

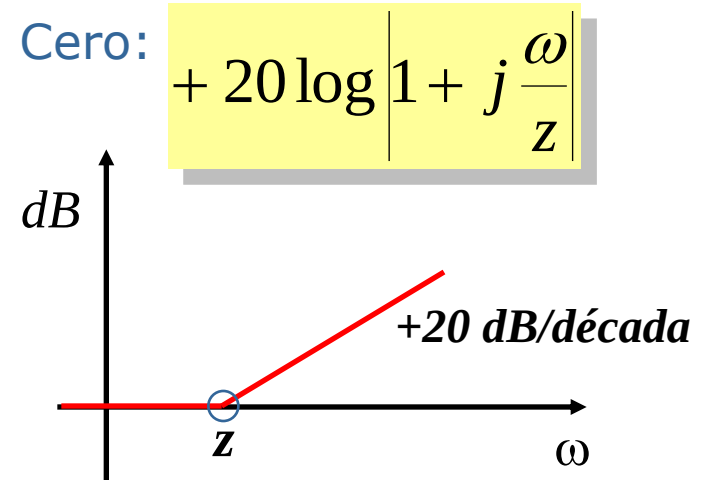
- Polos y ceros en valores de $\omega=a$ (reales) se descomponen en dos tramos: antes y después de 'a'.



Aproximaciones lineales: **polo**

- para $(\omega < p) \rightarrow 20 \cdot \log(1) = \mathbf{0dB}$
- para $(\omega > p) \rightarrow \mathbf{-20 \cdot \log(\omega/p)}$

Recta de pte. **-20dB/dec**
(-6dB/oct) que empieza en **p**.



Aproximaciones lineales: **cero**

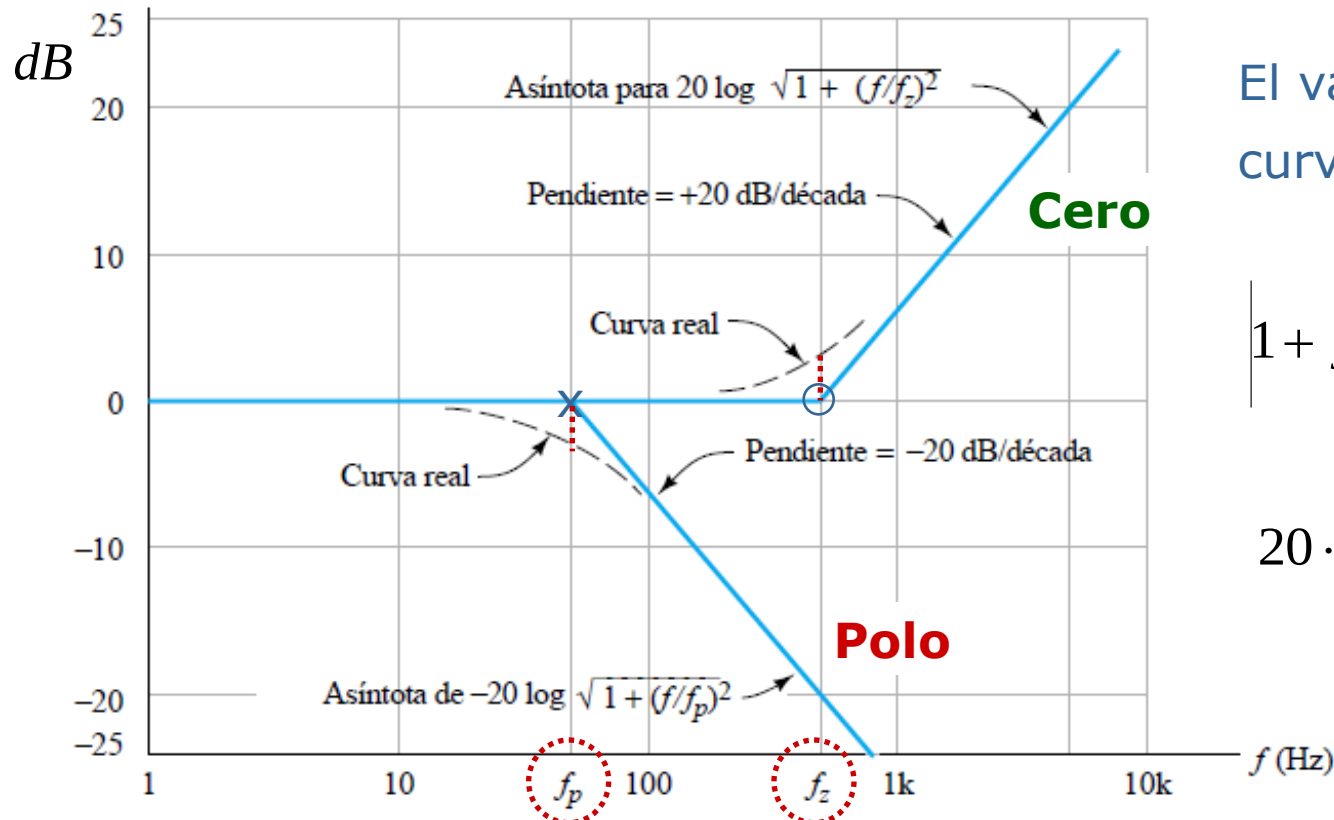
- para $(\omega < z) \rightarrow 20 \cdot \log(1) = \mathbf{0dB}$
- para $(\omega > z) \rightarrow \mathbf{+20 \cdot \log(\omega/z)}$

Recta de pte. **+20dB/dec**
(+6dB/oct) que empieza en **z**.



3.1. Error de módulo en $\omega=a$.

- ❑ La aproximación asintótica (rectas) de la función real (curva) está sujeta a un error, conocido y tolerable:
 - El **máximo de este error** se da en $\omega=a$
 - En dB, este máximo de error es de: **-3dB** (polo), ó **+3dB** (cero)



El valor exacto de la curva en $(\omega=a)$ es:

$$\left| 1 + j \frac{\omega_a}{a} \right| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$



$$20 \cdot \log \sqrt{2} = 3,01 \approx 3$$



3dB



3.1. Representación asintótica: fase.

- La fase también puede obtenerse fácilmente
 - Es la suma de varias contribuciones elementales

$$|A(\omega)| = K_p \frac{(j\omega)^q \left(1 + \frac{j\omega}{z_1}\right) \left(1 + \frac{j\omega}{z_2}\right) \dots \left(1 + \frac{j\omega}{z_M}\right)}{\left(1 + \frac{j\omega}{p_1}\right) \left(1 + \frac{j\omega}{p_2}\right) \dots \left(1 + \frac{j\omega}{p_N}\right)}$$

- Expresión **exacta** de la fase de $A(\omega)$:

$$\Phi[A(\omega)] = \Phi_K + q \cdot 90^\circ + \sum_{m=1}^M \arctan\left[\frac{\omega}{z_m}\right] - \sum_{n=1}^N \arctan\left[\frac{\omega}{p_n}\right]$$

$$\left. \begin{array}{ll} 0 & \text{si } K_p > 0 \\ \mp 180^\circ & \text{si } K_p < 0 \end{array} \right\} \Leftarrow \Phi_K$$

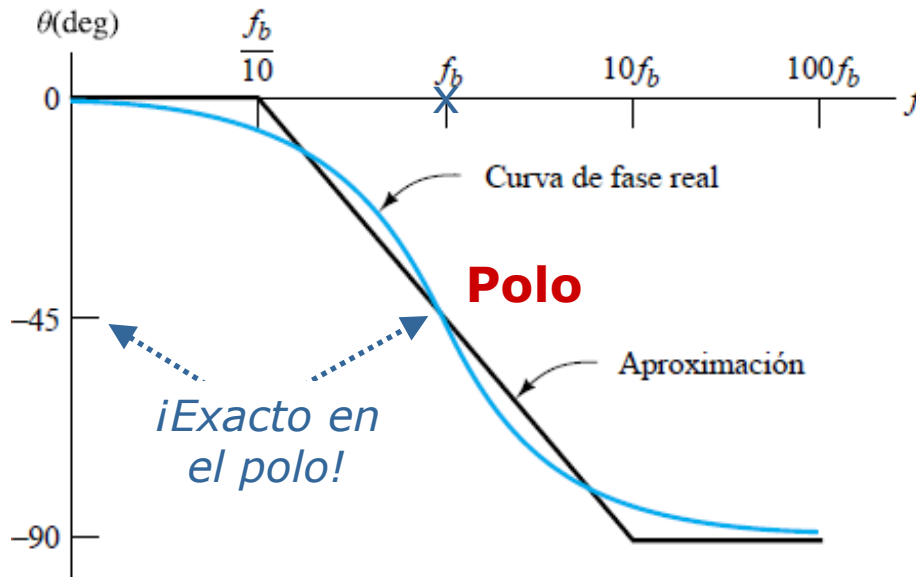
+90°, por cada cero en el origen
-90°, por cada polo en el origen



3.1. Representación asintótica: fase.

- Los términos más complicados se *linealizan* en tres tramos

- Estimaciones** lineales: fases de polos-ceros en $\omega=a$



Criterios de *linealización* :

- Cada **polo** (cero) introduce -90° ($+90^\circ$) de desfase total en un intervalo de **dos décadas** alrededor de su valor, 'a'.
- La pendiente de variación es de $-45^\circ/\text{dec}$ ($+45^\circ/\text{dec}$)

Valores exactos:

$$\arctan\left[\frac{\omega}{a}\right] \Rightarrow \begin{cases} \omega = a/10 & \Rightarrow \varphi = \arctan(1/10) = 5,7^\circ \approx 0^\circ \\ \omega = a & \Rightarrow \varphi = \arctan(1) = 45^\circ \\ \omega = 10 \cdot a & \Rightarrow \varphi = \arctan(10) = 84,3^\circ \approx 90^\circ \end{cases}$$



3.1. Representación asintótica: ejercicio 1

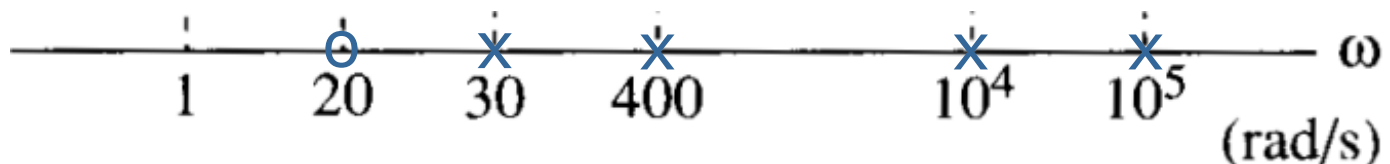
- Represente el módulo de la función de transferencia siguiente:

$$A(s) = \frac{8 \cdot 10^{13} s(s + 20)}{(s + 30)(s + 400)(s + 10^4)(s + 10^5)}$$

- Resolución:

1) Identificamos la posición de polos (x) y ceros (o):

Tenemos un **o** en el origen, y el resto de ceros y polos en:



- A la frecuencia de cada **polo** o **cero**, el módulo experimenta el cambio de pendiente que corresponda a cada caso:
 - ✓ Desde la pendiente inicial, que viene definida por los polos/ceros que hay en el origen, se va modificando la pendiente según crece ω .

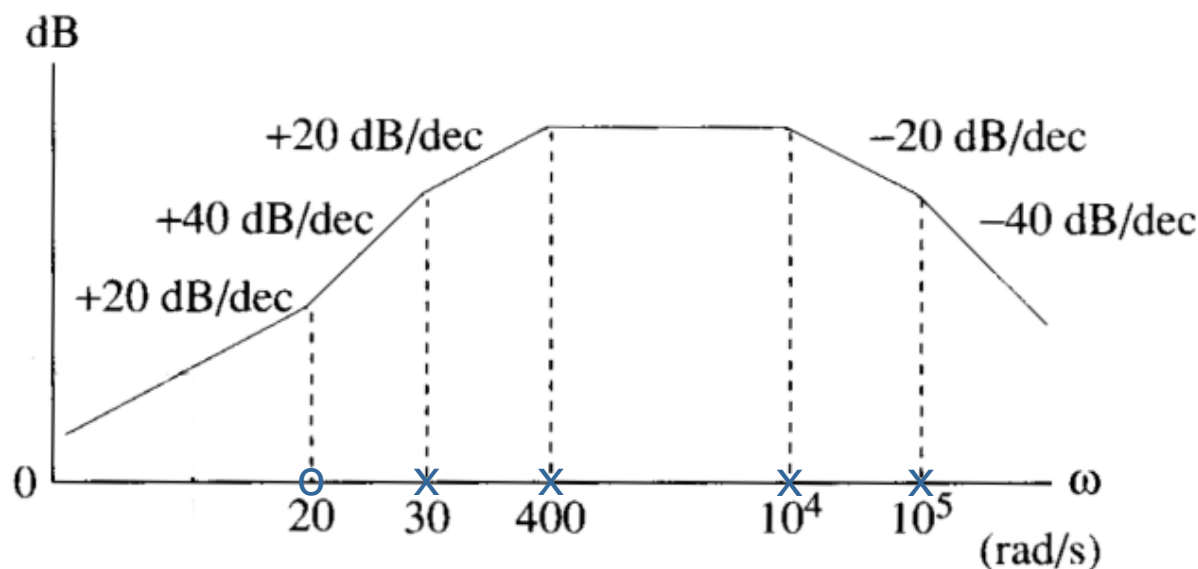


3.1. Representación asintótica: ejercicio 1

2) Trazado de la función aproximada:
pendientes y sus cambios →

$$A(s) = \frac{8 \cdot 10^{13} s(s + 20)}{(s + 30)(s + 400)(s + 10^4)(s + 10^5)}$$

ω	tipo	cambio	pendiente
0	cero	<i>inicial</i>	+20dB/dec
20	cero	+20dB/dec	+40dB/dec
30	polo	-20dB/dec	+20dB/dec
400	polo	-20dB/dec	0
10^4	polo	-20dB/dec	-20dB/dec
10^5	polo	-20dB/dec	-40dB/dec





3.1. Representación asintótica: ejercicio 1

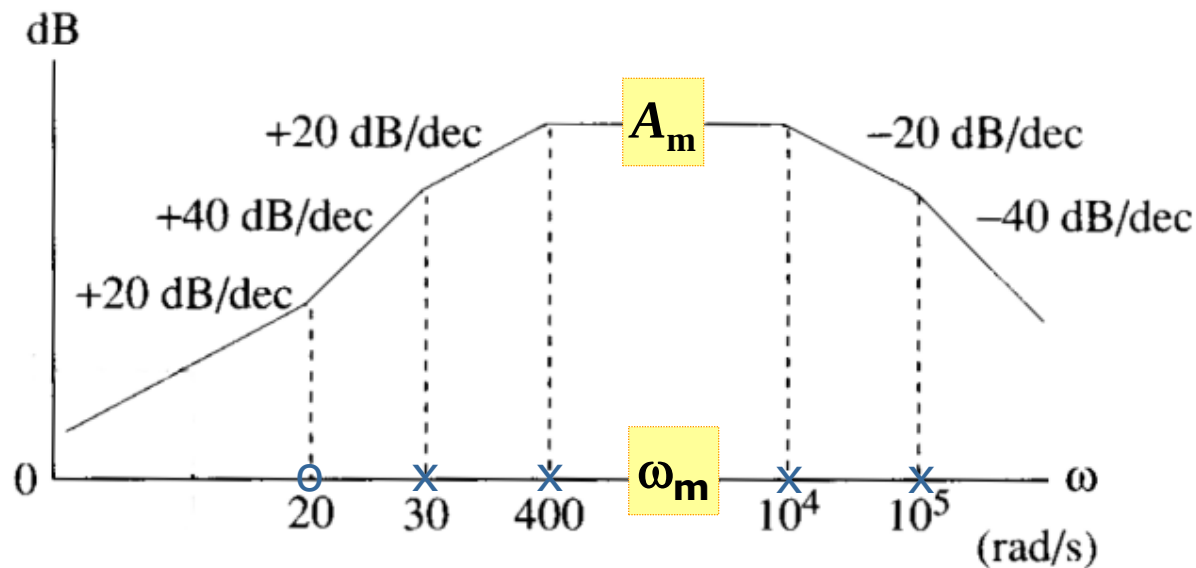
- 3) Sólo resta identificar un punto (por ejemplo $\omega=1$) o, mejor, el nivel **constante** → **ganancia en frecuencias medias**: $400 < \omega_m < 10^4$

$$A_m = A(s)|_{400 < s < 10^4} \approx \frac{8 \cdot 10^{13} s(s)}{(s)(s)(10^4)(10^5)} = \frac{8 \cdot 10^{13}}{10^9} = 8 \cdot 10^4 \rightarrow A_m|_{dB} = 98dB$$

frecuencias medias

aproximación en cada binomio

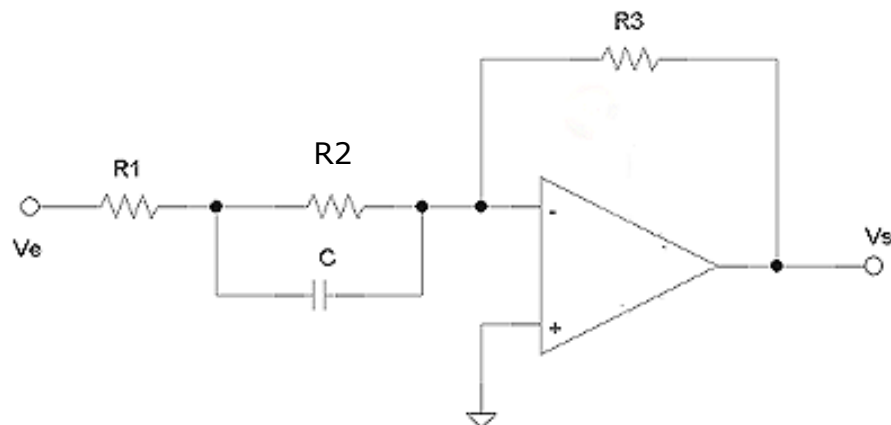
A_m debe ser una constante





3.1. Representación asintótica: ejercicio 2

- ❑ Análisis de la respuesta en frecuencia de un amplificador.
 - Trabajamos con $Z \rightarrow$ identificamos un inversor...



$$\begin{cases} Z_1 = R_1 + R_2 \parallel Z_C \\ Z_2 = R_3 \end{cases}$$



$$G_v(s) = \frac{-Z_2}{Z_1} = -\frac{R_3}{Z_1} = -\frac{R_3(sCR_2 + 1)}{R_1 + R_2 + sCR_1R_2}$$

$$G_v(s) = -\frac{R_3}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1 + sCR_2}{1 + s \underbrace{\frac{CR_1R_2}{R_1 + R_2}}_{\omega_p}} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = \frac{1}{CR_2} \\ \omega_p = \frac{1}{C(R_1 \parallel R_2)} \end{array} \right\} \rightarrow G_v(s) = -\frac{R_3}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_0}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

- **Comprobación importante** $\rightarrow$ ganancias para las frecuencias límite:

- Para $s=0$ ($\omega=0$): $G_v(0) = \frac{-R_3}{R_2 + R_1}$

- Para $s \rightarrow \infty$ ($\omega \rightarrow \infty$): $G_v(\infty) = \frac{-R_3}{R_1}$

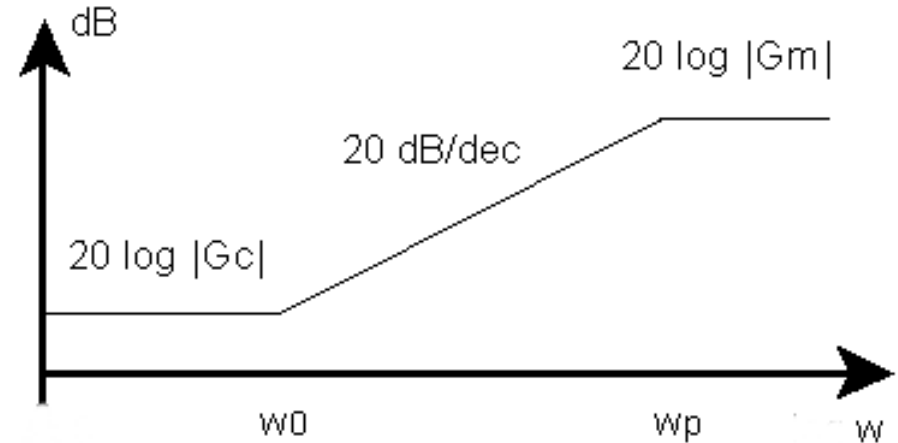


3.1. Representación asintótica: ejercicio 2

- Representamos el módulo de su respuesta en frecuencia

$$G_v(s) = -\frac{R_3}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_0}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = \frac{1}{CR_2} \\ \omega_p = \frac{1}{C(R_1 \parallel R_2)} \end{array} \right\} \Rightarrow \omega_0 < \omega_p$$



- Hay dos tramos con ganancias constantes:

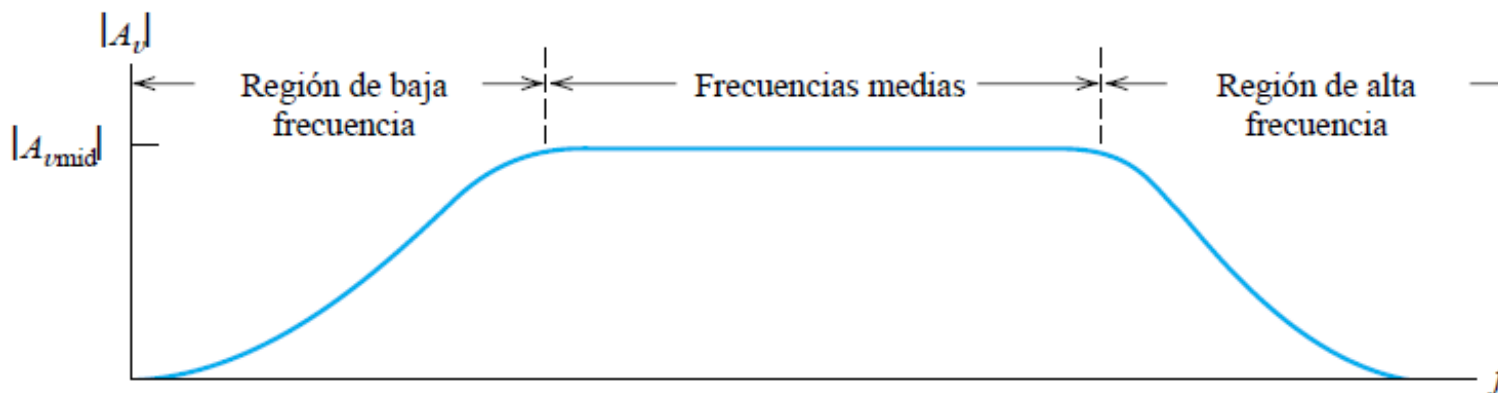
- G_C es la ganancia para frecuencias inferiores a ω_0 (hasta DC)
- G_m es la ganancia para frecuencias superiores a ω_p . Esta ganancia es mayor que G_C y por ello podemos considerar esta banda como f_{medias}
- Al haber dos constantes, G_v podría ser descrita de estas dos formas:

$$G_v(s) = \frac{-R_3}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_0}}{1 + \frac{s}{\omega_p}} = G_c \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_0}}{1 + \frac{s}{\omega_p}} \quad \longleftrightarrow \quad G_v(s) = \frac{-R_3}{R_1} \cdot \frac{s + \omega_0}{s + \omega_p} = G_m \cdot \frac{s + \omega_0}{s + \omega_p}$$



3.2. Zonas o bandas de frecuencia

- ❑ Frecuencias **medias**: zona en donde la ganancia es constante.
 - Normalmente es la banda de frecuencia de interés en la aplicación.



- ❑ Otras zonas de la respuesta en frecuencia
 - Frecuencias **altas**
 - Las **capacidades internas** de los dispositivos u **otras limitaciones** o componentes externos provocan una caída de la ganancia.
 - Frecuencias **bajas**
 - Puede estar provocada por los elementos de acoplo entre etapas (C o L)
 - Si el **acoplo** es **directo**, esta banda puede no existir. Esto es así en los llamados **amplificadores de continua**.



3.3. Análisis por bandas

- ❑ El estudio global de la función de transferencia es problemático
 - Un análisis por bandas reduce la complejidad del problema
 - Ejemplo: análisis en **frecuencias medias** (sólo R y constantes)

- ❑ ¿Cómo hacer el análisis por bandas?
 - En cada banda o zona de frecuencias se consideran **sólo** los efectos más importantes para dicha banda.
 - Punto clave en la aproximación:
 - *Observación del efecto individual. Se tiene que cada **polo** o **cero**...*
 - **En módulo**: introduce un **cambio** en la pendiente **desde** su valor en la frecuencia en adelante.
 - **En fase**: provoca un cambio total de fase de $\pm 90^\circ$, gradualmente desde una **década antes** hasta **otra después** de su valor en f.
 - *En **frecuencias medias**:*
 - **Todos** los efectos (módulo y signo) están **incluidos**
 - Otra **clave** es expresar la f. de t. respecto a la constante **A_m**



3.3. Análisis por bandas

□ Un pequeño truco

- Ayuda mucho reescribir los binomios de polos y ceros para que la constante **K** sea precisamente **A_m**

□ Para lograrlo

- Polos y ceros **antes** de A_m tendrán la forma **$(s+a)$**
- Polos y ceros **después** de A_m tendrán la forma **$(1+s/a)$**

□ Ejemplo:

- Reescriba la $A(s)$ del ejercicio 1 ($400 < \omega_{medias} < 10^4$) para que **$K = A_m$**

solución



$$A(s) = \frac{8 \cdot 10^4 s(s + 20)}{(s + 30)(s + 400) \left(1 + \frac{s}{10^4}\right) \left(1 + \frac{s}{10^5}\right)} \Leftrightarrow A_m = 8 \cdot 10^4$$


→ Nótese que la ganancia en medias (**A_m**) es un elemento clave para describir la respuesta en frecuencia de los amplificadores.



3.3. Análisis por bandas: conclusión

- Por bandas, la r.f. dada para el ejemplo 1 sería:

- En frecuencias **bajas**:

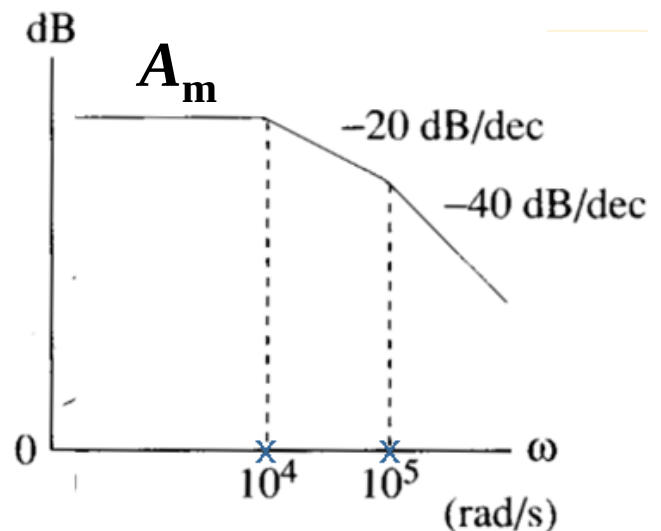
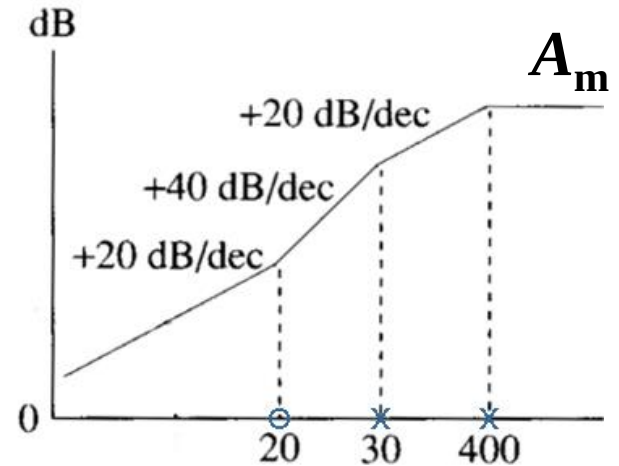
$$A_{BF}(s) = \frac{A_m \cdot s(s + 20)}{(s + 30)(s + 400)}$$

- En frecuencias **medias**, es una constante, de valor:

$$A_{FM}(s) = A_m = 8 \cdot 10^4$$

- Y en frecuencias **altas**:

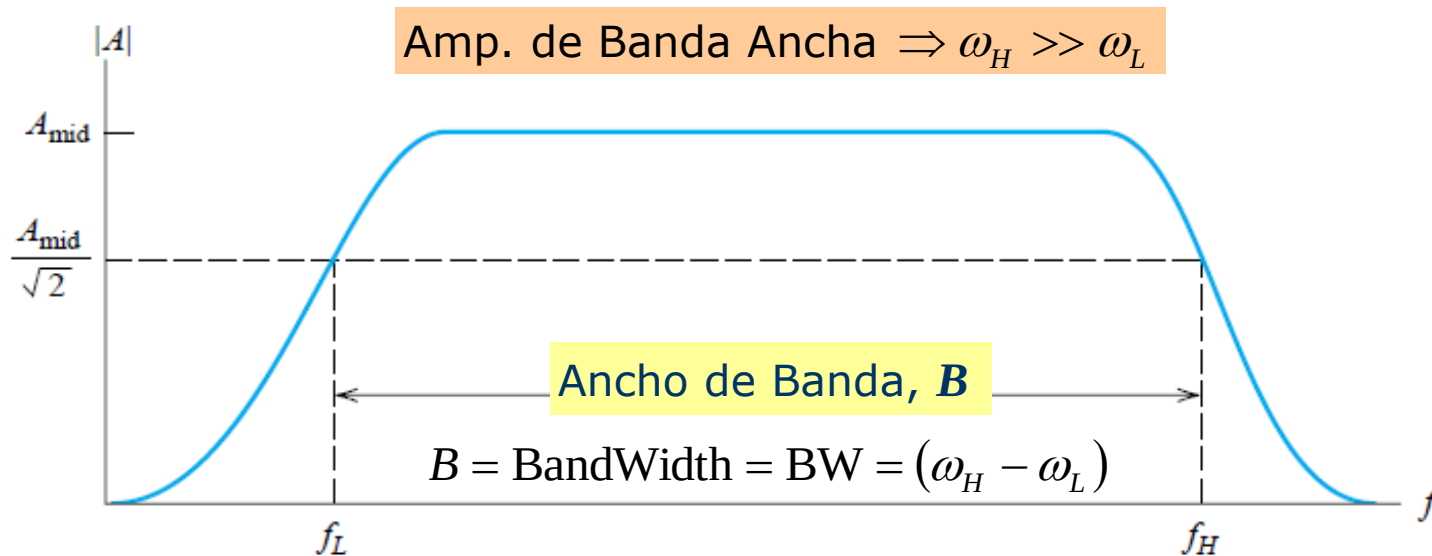
$$A_{AF}(s) = \frac{A_m}{\left(1 + \frac{s}{10^4}\right)\left(1 + \frac{s}{10^5}\right)}$$





3.4. Frecuencias de corte

- ❑ Frecuencias límite entre bandas del amplificador.
 - Se elige como criterio el “**nivel para potencia mitad**”
 - En tensión o corriente, equivale a una reducción en factor $\sqrt{2}$



Definición de las
frecuencias de corte

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_L \Rightarrow |A(\omega_L)| = \frac{A_m}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow A_{dB}(\omega_L) \approx A_{m,dB} - 3dB \\ \omega_H \Rightarrow |A(\omega_H)| = \frac{A_m}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow A_{dB}(\omega_H) \approx A_{m,dB} - 3dB \end{array} \right.$$



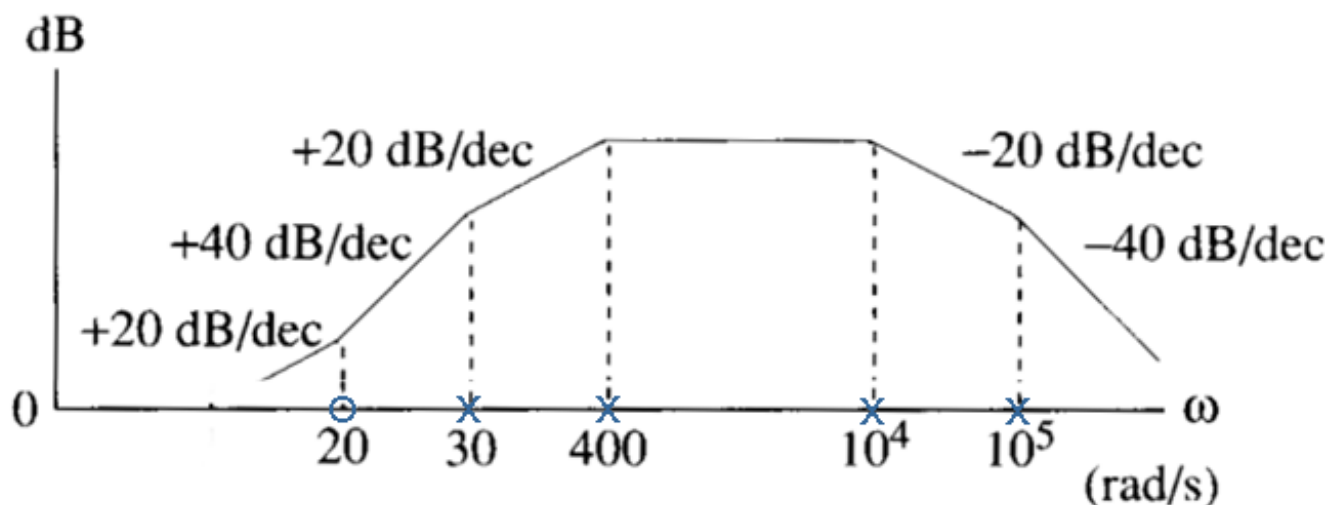
3.4. Cálculo de las frecuencias de corte

- ❑ Las frecuencias de corte son parámetros fundamentales
 - Cuantifica las frecuencias útiles o **Banda de Paso** del amplificador
- ❑ Estimación o cálculo manual
 - Ventajoso para el diseñador
 - Para **identificar** qué elementos **influyen** o **modifican** tales frecuencias
 - El análisis de Bode aproximado permite hacer esta evaluación
- ❑ Herramientas útiles para el cálculo
 - Separación de $A(s)$ en **bandas**
 - **Extensión** en frecuencia de los **efectos** de polos y ceros
 - Significativos en **entornos de una década** alrededor de su posición.
- ❑ De todo ello sacamos una conclusión importante:
 - Los efectos de polos y ceros no se interfieren entre sí, si éstos están **alejados más de una década** unos de otros.



3.4. Polos dominantes

- Son aquellos polos más próximos a la **zona de frecuencias medias** y **separados más de una década** de otros polos/ceros
 - Al no verse afectados por el resto de polos/ceros, el módulo de $A(\omega)$ en su valor es inferior en 3dB al valor de A_m
 - Entonces: las **frecuencias de corte** coinciden con las del **polo** si éste es **dominante**
- Ejemplo:
 - ¿Cuáles son las frecuencias de corte f_H y f_L del ejercicio 1?



Solución:

$$f_H = 1,6 \text{ kHz}$$

$$f_L = 63,6 \text{ Hz}$$

$$B \approx f_H = 1,6 \text{ kHz}$$



3.4. Si no hay polos dominantes...

❑ Necesario un cálculo matemático

- Aplicamos la definición de *frecuencia de corte*
- Podemos simplificar la función a calcular tomando sólo los polos y ceros significativos más próximos a A_m .

❑ Ejercicio 2. Obtener la ω_H de la ganancia de corriente dada por:

$$A_I(s) = \frac{A_m s(s+2)}{(s+5)(s+100) \left(1 + \frac{s}{10^5}\right) \left(1 + \frac{s}{2 \cdot 10^5}\right)}$$

Importante: El cálculo se simplifica considerando sólo los polos significativos alrededor de la ω de corte buscada:

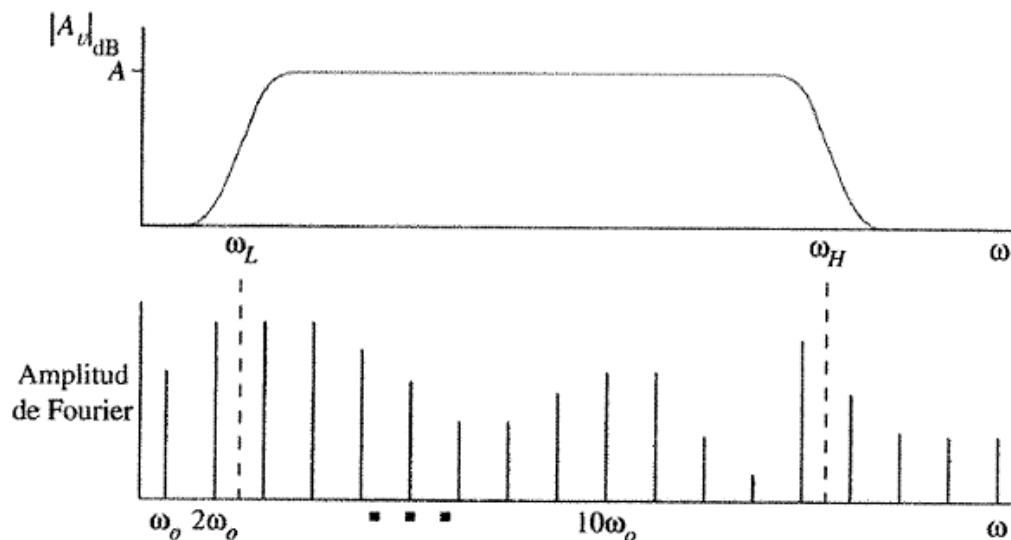
$$|A_I(\omega_H)| = \frac{A_m}{\left|1 + \frac{j\omega_H}{10^5}\right| \cdot \left|1 + \frac{j\omega_H}{2 \cdot 10^5}\right|} = \frac{A_m}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_H}{10^5}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_H}{2 \cdot 10^5}\right)^2}} = \frac{A_m}{\sqrt{2}}$$

Solución: $\omega_H = 8,3 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$

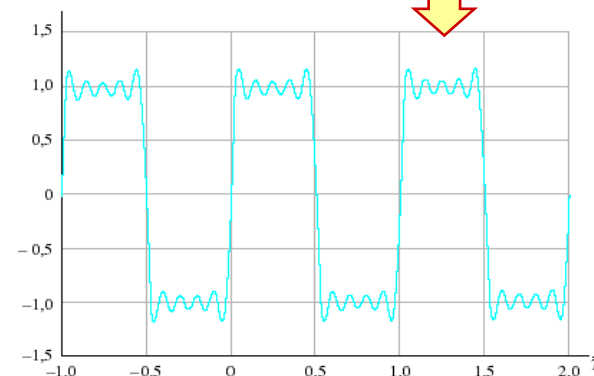


3.5. Respuesta temporal

- ❑ La forma (en ω) de la **respuesta en frecuencia** afecta a la forma de onda (en t) de las señales amplificadas.
 - Si las componentes en frecuencia de la señal de entrada no entran en la Banda de Paso del amplificador...



■ Ejemplo: efecto de la distorsión de amplitud sobre una onda cuadrada

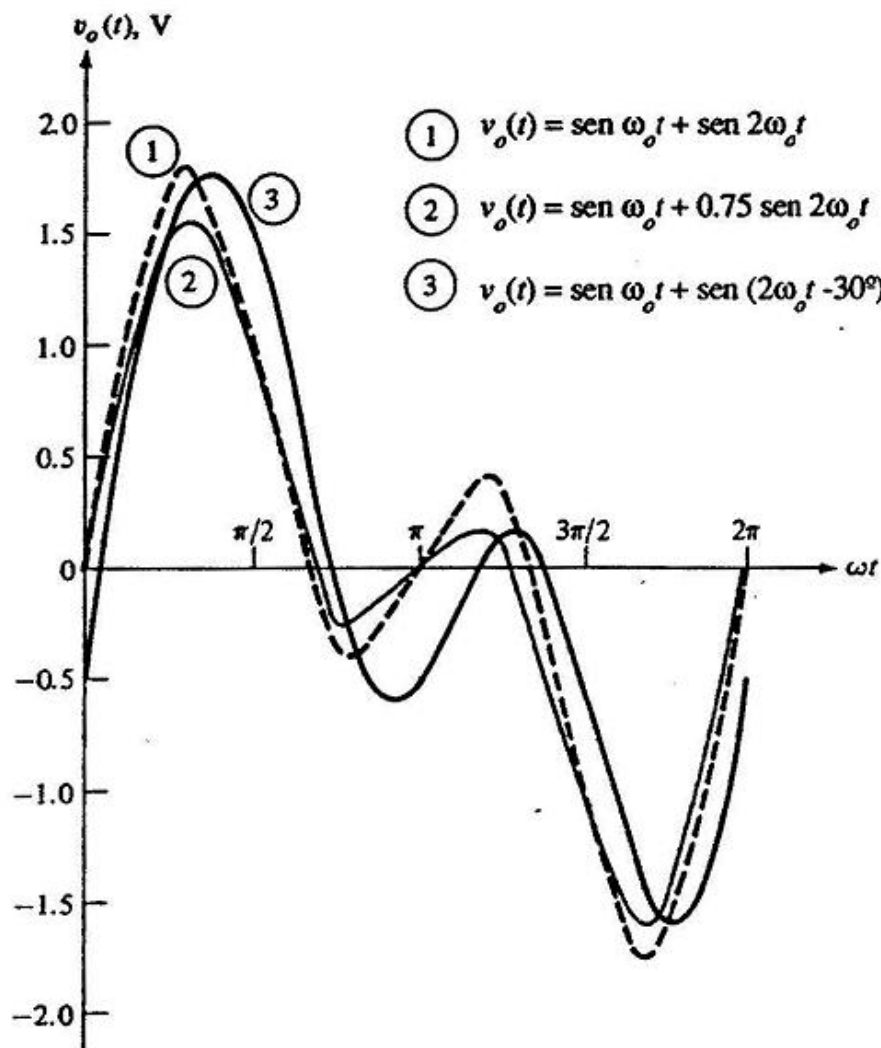


- ...la señal se **distorsiona** (deforma) por alterarse su espectro.
 - **Distorsión de amplitud:** a causa de diferencias en el **módulo** de cada componente en frecuencia de la señal (Ejemplo: el **tono** en audio)
 - **Distorsión de fase,** cuando predomina el efecto en **fase**.



3.5. Efectos de las distorsiones

Sea: $v_e(t) = 0,2 \text{ sen } (\omega_0 t) + 0,2 \text{ sen } (2\omega_0 t)$



- La señal se amplifica con módulo A y fase θ :

(1) $A=5$ y $\theta=0^\circ$ para ambas componentes:

Sin distorsión

(2) $A(\omega_0)=5$ y $A(2\omega_0)=3,75$, con $\theta=0^\circ$ para ambas componentes:

Distorsión de amplitud

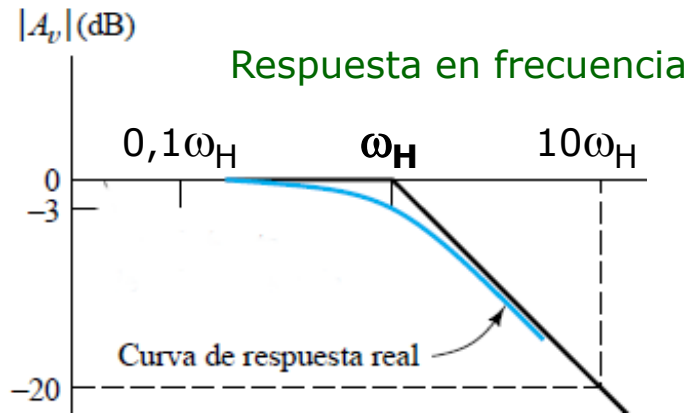
(3) $A=5$, cte. y para la fase $\theta(\omega_0)=0^\circ$ y $\theta(2\omega_0)=30^\circ$

Distorsión de fase

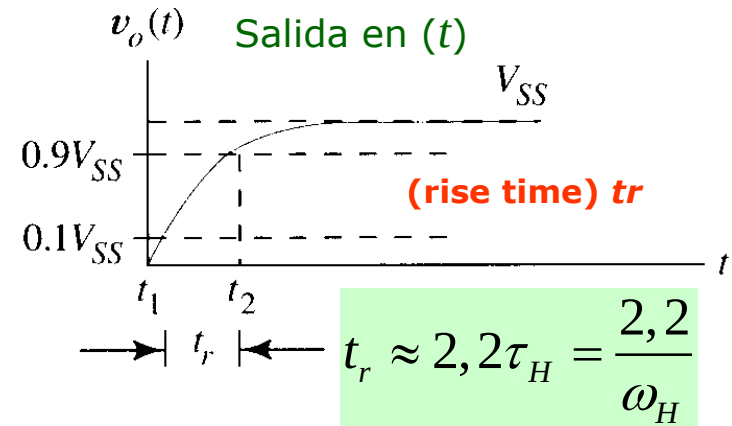


3.5. Relación f. de corte $\leftrightarrow$ respuesta en t.

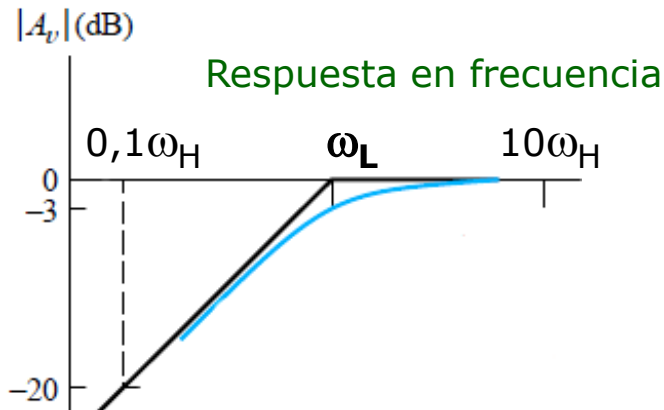
- **Polo dominante en alta frecuencia** $\rightarrow$ respuesta **paso-bajo** en t.



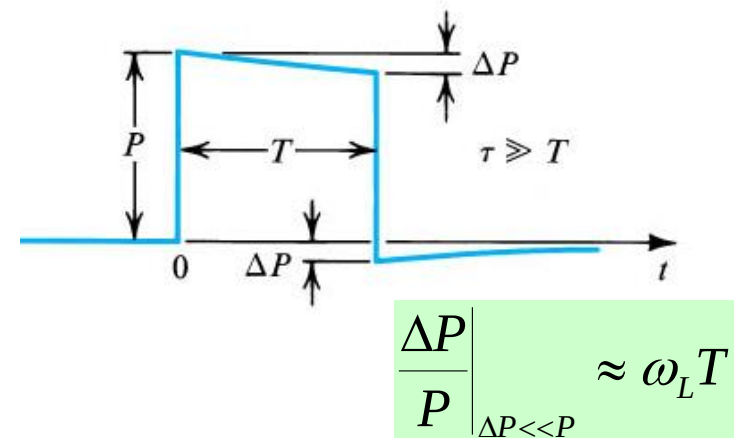
$$\omega_H = \frac{1}{\tau_H}$$



- **Polo dominante en baja frecuencia** $\rightarrow$ respuesta **paso-alto** en t.



$$\omega_L = \frac{1}{\tau_L}$$

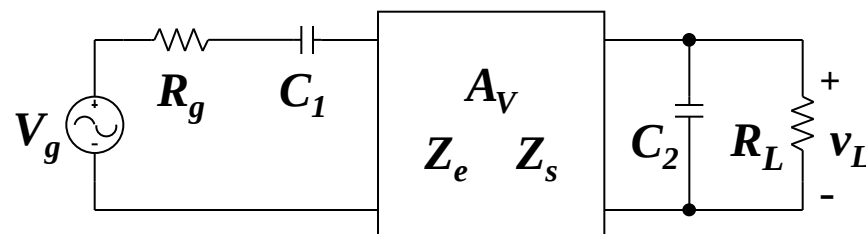




4. Estructuras de orden 1 en Amplificación



- ❑ Los casos vistos anteriormente, redes RC simples (de orden 1), son relativamente frecuentes en amplificación.
- ❑ Veamos un ejemplo genérico:
 - En la figura se muestra un amplificador de tensión, A_V , acoplado a un generador de señal mediante C_1 y cargado en su salida con una R_L que presenta además una cierta carga capacitiva C_2 .
 - Se desea estimar la $G(\omega)=(V_L/V_g)(\omega)$ de este amplificador



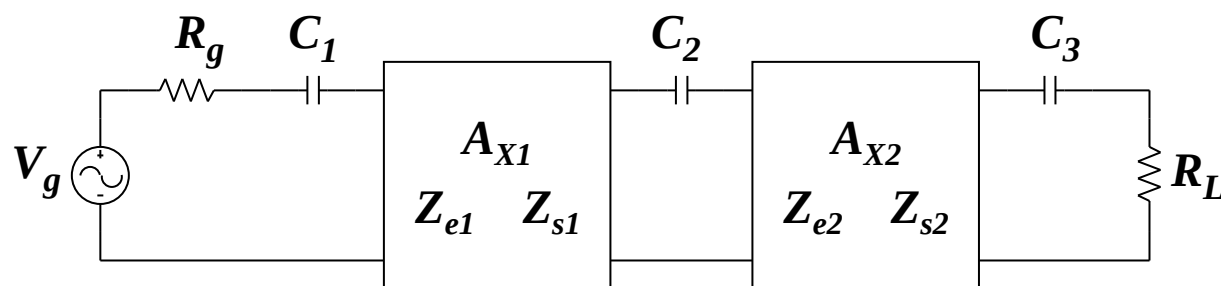
- ❑ Objetivo principal del análisis:
 - Conocer la **influencia** de C_1 y C_2 sobre la **respuesta en frecuencia** de A_V con idea de **ajustar** ésta a nuestras necesidades de diseño.



4.1. Efecto del acoplo capacitivo

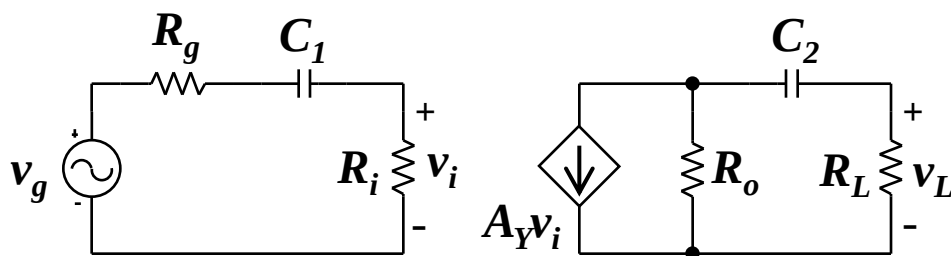
- El efecto del acoplo entre etapas puede analizarse de forma genérica

- Multietapa con acoplo capacitivo, ganancia de tensión:

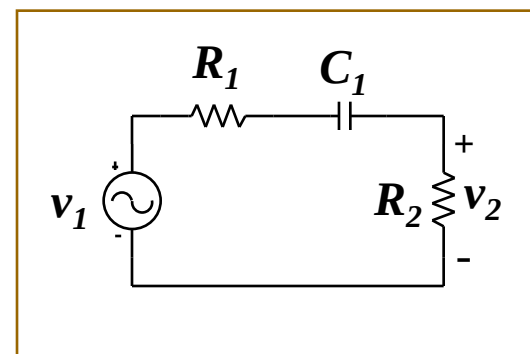


- El circuito equivalente muestra una estructura repetitiva

- Células similares de generador, R y C:



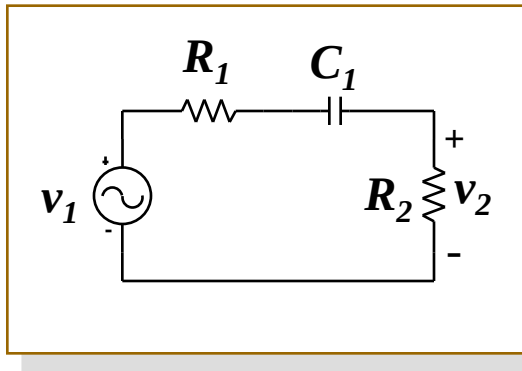
un ejemplo con A_Y





4.1. Efecto del acoplo capacitivo

- Análisis de la estructura típica de acoplo.
 - Según el caso, R_1 , R_2 , etc. modelan una R_g , una Z_e , etc.



$$\frac{V_2}{V_1}(s) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad \text{con} \quad \begin{cases} Z_2 = R_2 \\ Z_1 = R_1 + \frac{1}{C_1 s} \end{cases}$$

$$\frac{V_2}{V_1}(s) = \frac{R_2}{R_2 + R_1 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{\tau_a s}} = K_m \cdot \frac{s}{s + \omega_a}$$

haciendo: $\tau_a = (R_1 + R_2)C_1 = \frac{1}{\omega_a}$

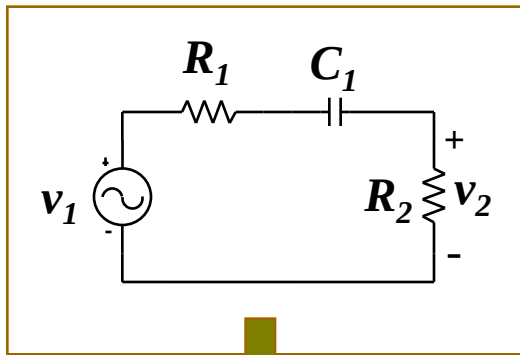
Filtro Paso Alto
de orden 1



4.1. Efecto del acoplo capacitivo

Conclusiones:

- Equivale a un filtro **paso alto** de orden 1

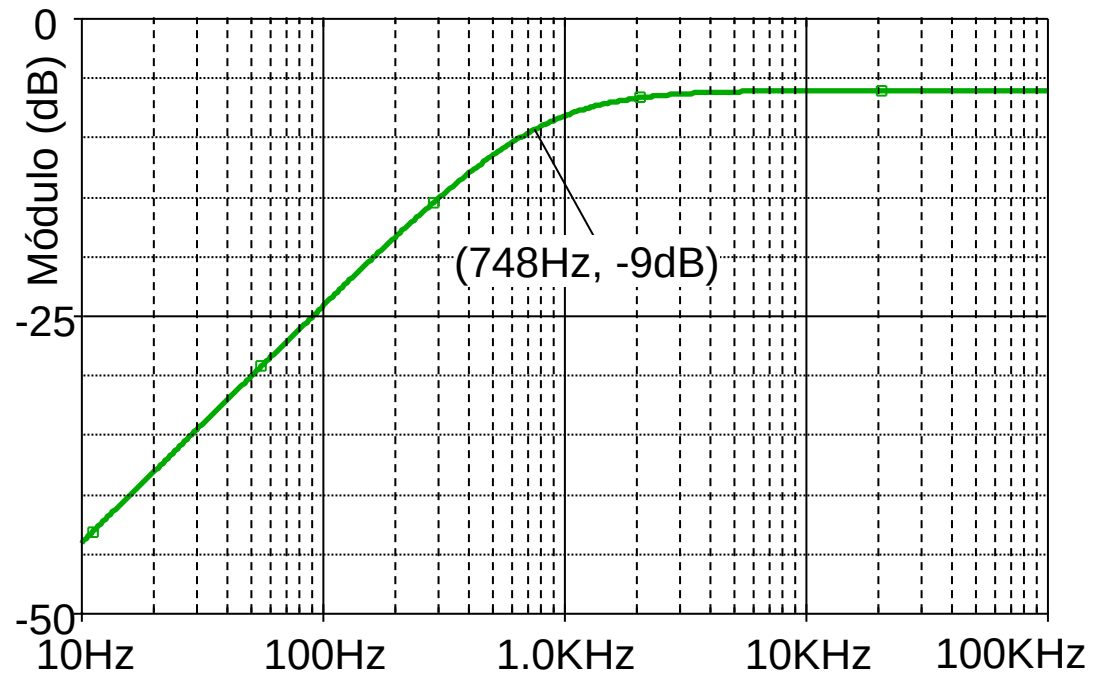


Basta con hallar la constante de tiempo del circuito eq.

Ejemplo: con $C_1 = 10\text{nF}$
y $R_1 = R_2 = 10\text{k}\Omega$

$$\frac{V_2}{V_1}(s) = K_m \cdot \frac{s}{s + \omega_a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_m = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \\ \omega_a = \frac{1}{\tau_a} = \frac{1}{(R_2 + R_1)C_1} \end{array} \right.$$

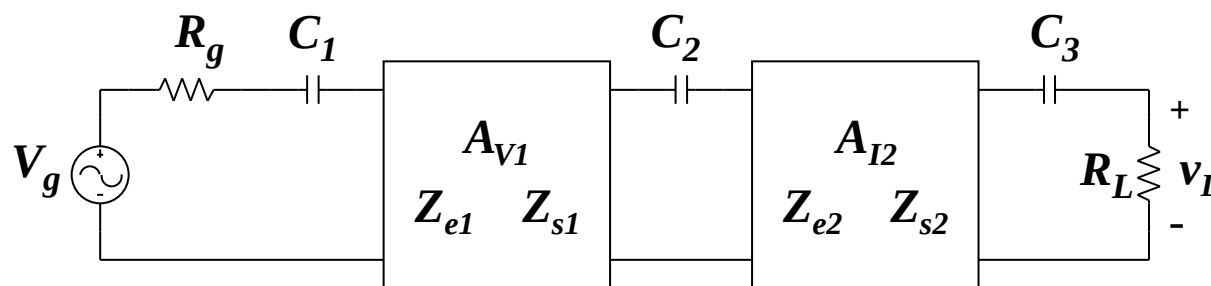




4.1. Efecto del acoplo capacitivo

□ Ejemplo de aplicación

- Estime la $G(\omega) = (V_L / V_g)(\omega)$ y la frecuencia de corte inferior del siguiente amplificador multietapa, con los siguientes datos:
 - $A_{V1} = -100(V/V)$; $A_{I2} = +20(A/A)$; todas las $Z_{ij} = 5k\Omega$; $R_g = R_L = 5k\Omega$
 - Condensadores de valor: $C_1 = 1nF$; $C_2 = 100nF$; $C_3 = 10\mu F$
- ¿Que C_x influye más en la frecuencia de corte?



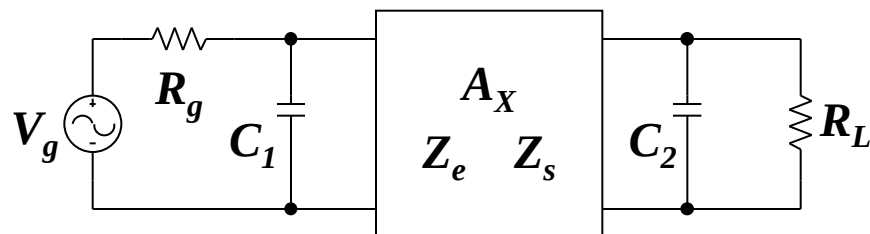
□ Sugerencias:

- Compruebe la estructura del circuito equivalente global
- Estime la ganancia en frecuencias medias
- Añada entonces los efectos debidos a las ctes. de tiempo de todos los C_x

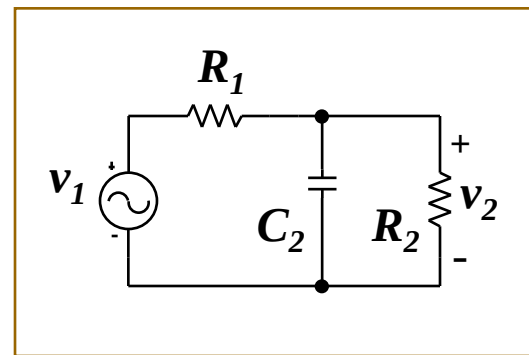
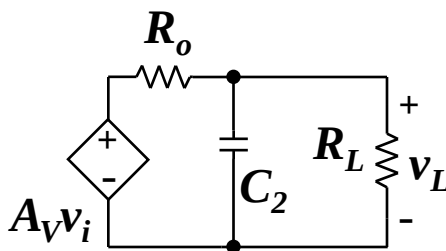
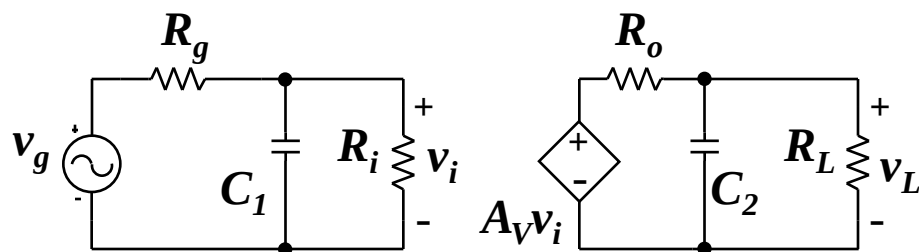


4.2. Efecto de una carga capacitiva

- ❑ Capacidad en paralelo con la carga
 - Causas y efectos variados (dispositivos, conductores, etc.)



- ❑ De nuevo podemos reconocer una estructura repetitiva
 - Similares al filtro paso bajo RC de orden 1:



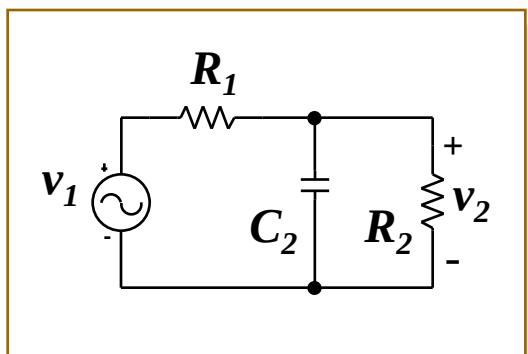
ejemplo con un A_v



4.2. Efecto de una carga capacitiva

□ Análisis de la estructura de carga capacitiva

- Como antes, R_1 , R_2 , etc. modelan una R_g , una Z_e , etc.



$$\frac{V_2}{V_1}(s) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad \begin{cases} Z_2 = R_2 \parallel (\frac{1}{C_2 s}) = \frac{R_2}{1 + R_2 C_2 s} \\ Z_1 = R_1 \end{cases}$$

$$\frac{V_2}{V_1}(s) = \frac{R_2}{R_1 + \frac{R_2}{1 + R_2 C_2 s}} = \frac{R_2}{R_1 + R_1 R_2 C_2 s + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + (R_1 \parallel R_2) C_2 s}$$

Filtro Paso Bajo de orden 1

haciendo:

$$\tau_b = (R_1 \parallel R_2) C_2 = \frac{1}{\omega_b} \quad \longrightarrow$$

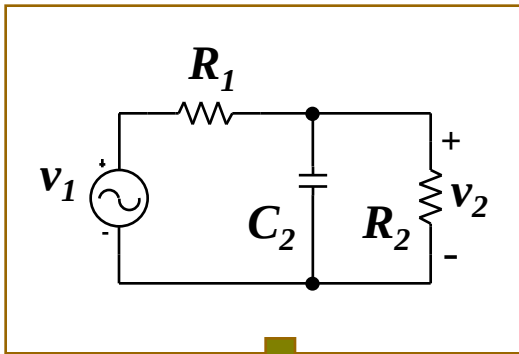
$$\frac{V_2}{V_1}(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + \tau_b s} = K_m \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_b}}$$



4.2. Efecto de una carga capacitiva

Conclusiones:

- Equivale a un filtro **paso bajo** de orden 1



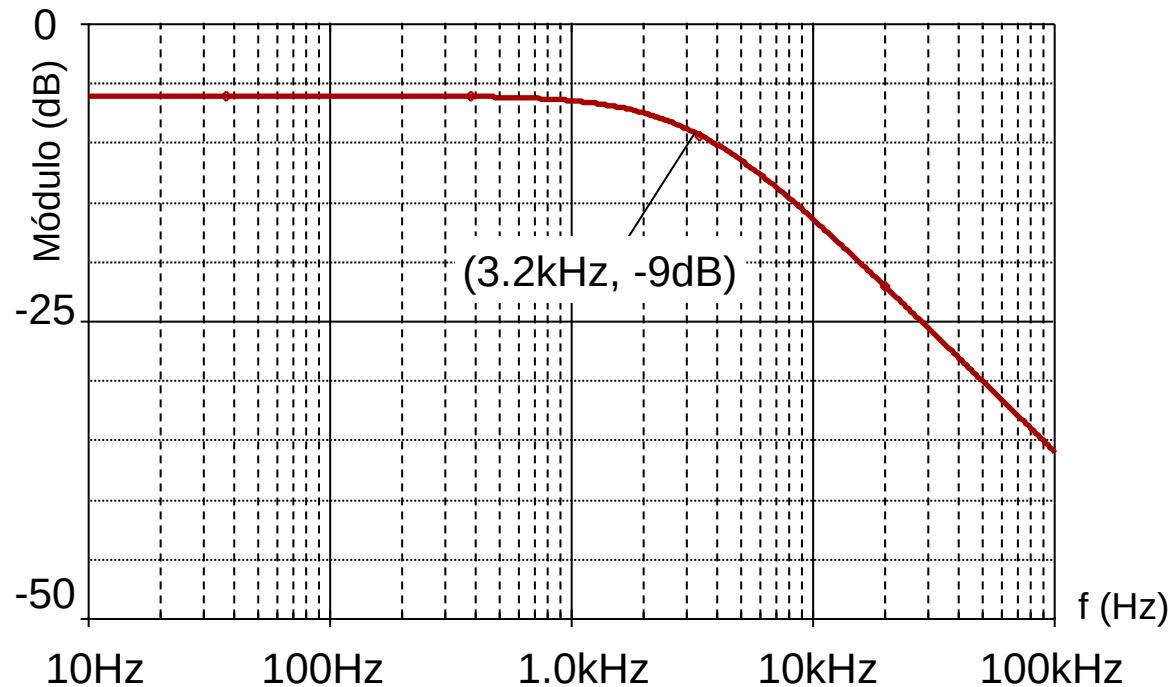
Basta con hallar la constante de tiempo del circuito eq.

Ejemplo: con $C_1=10\text{nF}$
y $R_1=R_2=10\text{k}\Omega$

$$\frac{V_2}{V_1}(s) = K_m \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_b}}$$

$$K_m = \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

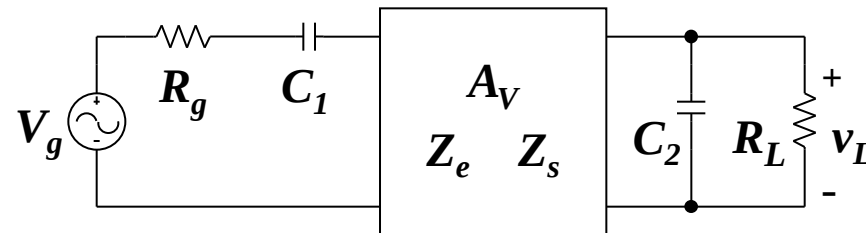
$$\omega_b = \frac{1}{\tau_b} = \frac{1}{(R_2 \parallel R_1)C_2}$$





4.2. Conclusiones.

- ❑ Estas situaciones típicas aparecen con mucha frecuencia
 - Reconocer tales estructuras simplifica mucho el análisis o el diseño
- ❑ Ejercicio
 - Estime la $G(\omega) = (V_L / V_g)(\omega)$ del amplificador de la figura. Datos:
 - $A_{V1} = +2 \cdot 10^4 (V/V)$; $R_g = Z_e = 10 k\Omega$; $R_L = Z_s = 100 \Omega$; $C_1 = 10 \mu F$; $C_2 = 1 nF$.
 - Supuesto C_2 de valor variable, ¿podría ser que la banda de frecuencias medias **desapareciese**? Comente el resultado.



- ❑ Sugerencias:
 - Compruebe la estructura del circuito y estime una posible respuesta en Bode
 - Estime la ganancia en frecuencias medias
 - Añada los efectos debidos a las ctes. de tiempo de todos los C_x
 - Compruebe la congruencia del resultado obtenido



Referencias

❑ Material de estudio:

■ Sedra-Smith

■ *sección 1.6.*

■ Hambley,

■ *capítulo 8, secciones 8.1 y 8.2; capítulo 1, sección 1.10*

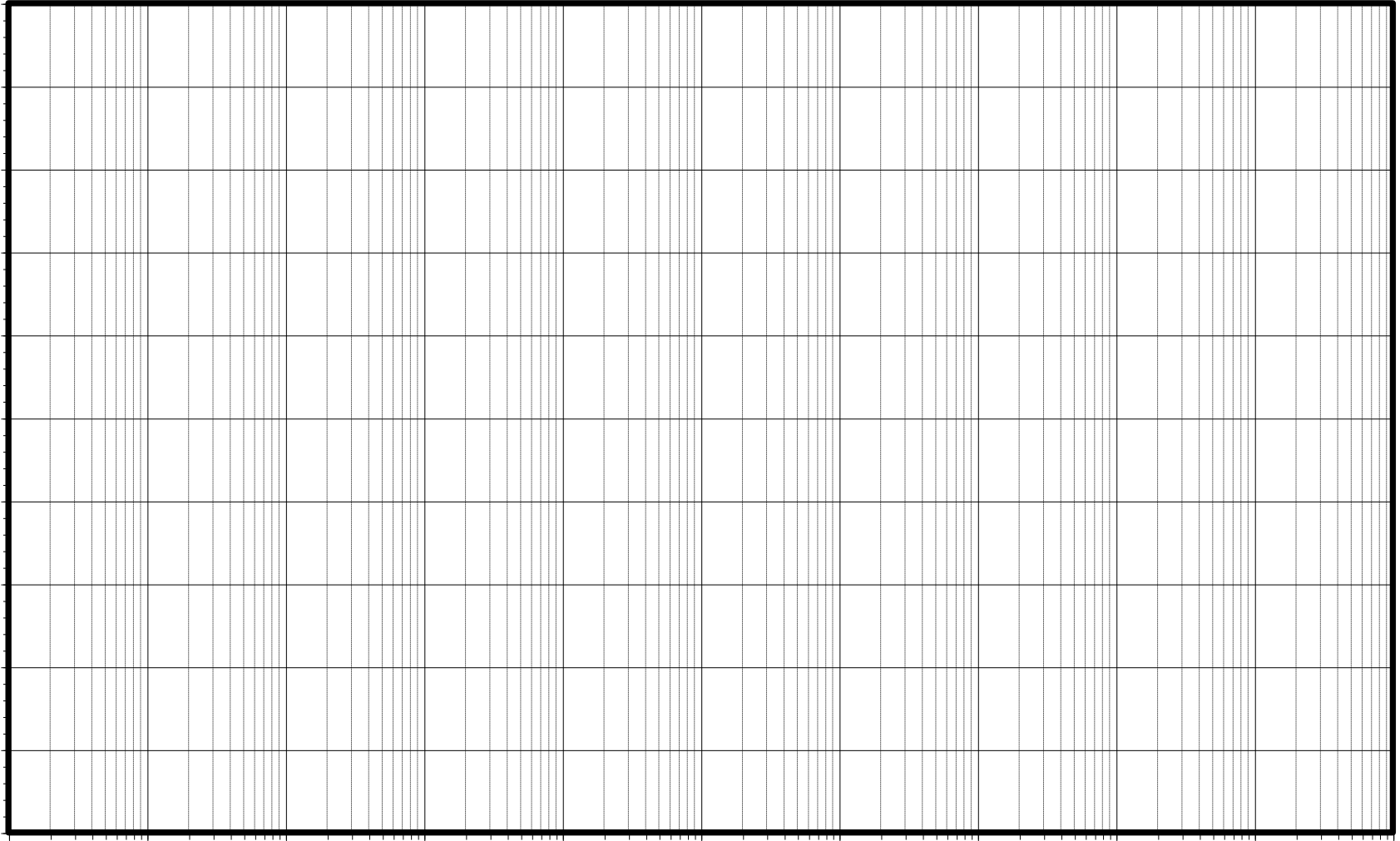
■ Malik,

■ *capítulo 8, secciones 8.1 y 8.2; capítulo 1, secciones 1.6.4-8; capítulo 2, secciones 2.3.2-4.*

❑ Algunas de las gráficas usadas han sido extraídas de los textos detallados.



Anexo 1: Cuadrícula semilogarítmica (Bode)





Control de revisiones



- 2015-09-30: versión inicial